

<b>Tantárgy:</b>	Matematika fakultáció
------------------	-----------------------

<b>Évfolyam:</b>	11.
------------------	-----

<b>Időkeret:</b>	<b>3</b>	<b>óra/hét</b>	<b>108</b>	<b>óra/év</b>
------------------	----------	----------------	------------	---------------

### **Témakörök óraszámai:**

<b>Témakör neve</b>	<b>Javasolt óraszám</b>
Halmazok	2
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	3
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	3
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	8
Hatvány, gyök, exponenciális függvény logaritmus	13
Számhalmazok, műveletek	2
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	13
Függvény fogalma, függvénytulajdonságok	8
Geometriai alapismeretek	4
Háromszögek	4
Négyszögek, sokszögek	4
Kör és részei	8
Transzformációk, szerkesztések	10
Trigonometria	13
Koordinátageometria	13
<b>Összes óraszám:</b>	<b>108</b>

### **TÉMAKÖR: HALMAZOK**

**ÓRASZÁM:** 2 óra

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- alkalmazza a de Morgan azonosságokat

- bizonyítja egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz értelmezése és alkalmazása
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- De Morgan azonosságok ismerete, alkalmazása
- Véges halmazok elemszámának meghatározása
- Szemléletes kép végtelen halmazokról
- Megszámlálhatóan végtelen halmaz értelmezése
- Példák ismerete véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra

### **FOGALMAK**

de Morgan azonosságok, megszámlálhatóan végtelen halmaz

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

### **TÉMAKÖR: SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, SZÁMHALMAZOK ÉPÜLÉSE**

**ÓRASZÁM:** 3 óra

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- bizonyítja, hogy végtelen sok prímszám van
- megfogalmazza a számelmélet alaptételét
- meghatározza a természetes számok pozitív osztóinak számát
- megold összetett oszthatósági feladatokat

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Természetes számok pozitív osztói számának meghatározása
- Végtelen sok prímszám létezésnek bizonyítása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok átírása 10-estől különböző alapú számrendszerbe ( $n \leq 9$ ) és viszont
- 10-estől különböző alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerben felírt számok összeadását, kivonását elvégzi

## FOGALMAK

számelmélet alaptétele

## TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

## TÉMAKÖR: BETŰS KIFEJEZÉSEK ALKALMAZÁSA EGYENLETMEGOLDÁS, FÜGGVÉNY ÁBRÁZOLÁS SORÁN

ÓRASZÁM: 3 óra

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismer és alkalmaz algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az  $(a + b)^2$ , az  $(a - b)^2$ , az  $(a + b)(a - b)$ , az  $a^n - b^n$  és az  $a^{2n+1} + b^{2n+1}$  kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Polinom fokszámának és fokszám szerint rendezett alakjának ismerete

## FOGALMAK

teljes négyzet, polinom, fokszám

## TEVÉKENYSÉGEK

- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének,  $99 \cdot 101$  típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

## TÉMAKÖR: ELSŐFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK

ÓRASZÁM: 8 óra

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold paraméteres elsőfokú, illetve összetett abszolútértékes egyenleteket;
- megold abszolútértékes illetve összetett egyenlőtlenségeket;
- megold elsőfokú háromismeretlenes egyenletrendszereket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Elsőfokú törtes egyenlőtlenségek megoldása
- Egyszerű és összetett elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek megoldása
- Elsőfokú háromismeretlenes egyenletrendszer megoldása
- Paraméteres elsőfokú egyenlet megoldása
- $|cx + d| = ax + b$
- Összetett abszolútértékes egyenletek megoldása algebrai úton
- Egyszerű abszolútértékes egyenlőtlenségek megoldása

### **FOGALMAK**

paraméter

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

### **TÉMAKÖR: HATVÁNY, GYÖK, EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY, LOGARITMUS**

ÓRASZÁM: 13 óra

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- bizonyítja a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.
- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- bizonyítja a négyzetgyökvonás azonosságait;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Permanencia elv ismerete
- A racionális kitevőjű hatvány
- A gyökvonás azonosságai
- A szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságok és a más alapú logaritmusra való áttérés szabályának bizonyítása

- Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális és logaritmikus egyenletek megoldása
- Összetett exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek megoldása
- Exponenciális és logaritmikus egyenlőtlenségek megoldása

### **FOGALMAK**

permanencia elv, n-edik gyök, logaritmus függvény, inverzfüggvény

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével

### **TÉMAKÖR: SZÁMHALMAZOK, MŰVELETEK**

**ÓRASZÁM:** 2 óra

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló**

- bizonyítja, hogy a  $\sqrt{2}$  irracionális szám
- el tudja dönteni adott  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) esetén, hogy  $\sqrt{n}$  irracionális szám-e

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése
- Adott műveletekre zárt számhalmazok értelmezése

### **FOGALMAK**

nincsenek új fogalmak

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- A számológép helyes használatának elsajátítása
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel

### **TÉMAKÖR: MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK**

**ÓRASZÁM:** 13 óra

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- használja a teljes négyzetté alakítás módszerét;
- ismeri az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját;
- ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot;
- megold másodfokú törtes egyenleteket;

- megold másodfokú egyenletre vezető egyenleteket;
- megold másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat;
- megold másodfokúra visszavezethető egyenletrendszereket;
- megold értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat;
- igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét;
- igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket;
- megold másodfokú paraméteres egyenleteket

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakjának ismerete
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Gyökök és együtthatók közötti összefüggések ismerete, alkalmazása
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma, kapcsolata, használata
- $n$  szám számított középértékeinek (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus) ismerete, valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételek ismerete
- Két szám számtani és mértani közepére vonatkozó tétel bizonyítása, alkalmazása feladatokban
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- Másodfokú paraméteres egyenletek megoldása
- Másodfokúra visszavezethető egyenletrendszerek megoldása
- Értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatok megoldása
- Két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek megoldása

### **FOGALMAK**

gyökök és együtthatók közötti összefüggés

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

### **TÉMAKÖR: A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK**

**ÓRASZÁM:** 8 óra

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a függvény matematikai fogalmát és a függvénytani alapfogalmak pontos definícióját (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet)
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait (értelmezési tartomány, értékkészlet, minimum, maximum, zérushely, növekedés és fogyás)
- tudja jellemezni a függvényeket paritás és korlátosság szempontjából
- használja a konvexitás fogalmát a függvények jellemzésére
- alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát
- tud összetett függvényeket képezni
- alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának fogalmát

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Függvény matematikai fogalmának és a függvénytani alapfogalmak pontos definíciójának ismerete (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet)
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának, zérushelyének, paritásának, konvexitásának, korlátosságának megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Hatványfüggvények grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel függvénytranszformációs lépések végrehajtása:  $f(x) + c$ ,  $f(x + c)$ ,  $c \cdot f(x)$ ,  $|f(x)|$ ,  $c \cdot f(ax + b) + d$
- A logaritmus függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- Kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása (inverz függvények)
- Az exponenciális és a logaritmus függvények inverz kapcsolata
- A függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének alkalmazása
- Összetett függvények fogalma, képzésének módja
- Függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának alkalmazása
- Másodfokú függvényre vezető szélsőértékfeladatok megoldása

### FOGALMAK

paritás, korlátosság, konvexitás és konkavitás, összetett függvény

### TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése

### **TÉMAKÖR: GEOMETRIAI ALAPISMERETEK**

**ÓRASZÁM:** 4 óra

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Két pont, pont és egyenes, pont és sík, két egyenes, párhuzamos síkok távolságának alkalmazása a síkban
- Két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszögének ismerete
- Kitérő egyenesek távolságának és hajlásszögének ismerete és meghatározása
- A parabola mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Parabola szerkesztése hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon

#### **FOGALMAK**

kitérő egyenesek, parabola

#### **TEVÉKENYSÉGEK**

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése

### **TÉMAKÖR: HÁROMSZÖGEK**

**ÓRASZÁM:** 4 óra

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza háromszögek területének kiszámítására a  $T = s \cdot r$  (bizonyítással) és a  $T = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$  összefüggéseket

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- bizonyítja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket (körülrírt és beírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai)
- bizonyítja a Pitagorasz-tételt és megfordítását



## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára, a magasságpontra, súlypontra és a középvonalra vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

## **FOGALMAK**

félkerület

## **TEVÉKENYSÉGEK**

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

## **TÉMAKÖR: NÉGYSZÖGEK**

**ÓRASZÁM:** 4 óra

## **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja, a területképleteket bizonyítja
- ismeri a húrnégyszögek és az érintőnégyzetek tételét, ismeri a tételek megfordítását, bizonyítja őket és ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét
- bizonyítja a konvex sokszög átlóinak számára, valamint a belső és külső szögösszegekre vonatkozó tételeket

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területük kiszámítása, területképletek bizonyítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegekre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Húrnégyszögek tétele és megfordítása
- Érintőnégyzetek tétele és megfordítása

## **FOGALMAK**

húrnégyszög, érintőnégyyszög

## **TEVÉKENYSÉGEK**

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

## **TÉMAKÖR: A KÖR ÉS RÉSZEI**

**ÓRASZÁM:** 8 óra

## **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri, bizonyítja és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását
- ismeri és alkalmazza, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- ismeri és alkalmazza a körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételét
- tud szöget mérni fokban és radiánban
- ismeri, bizonyítja és alkalmazza a középponti és kerületi szögek közötti összefüggést

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A Thalész-tétel bizonyítása
- Annak ismerete, bizonyítása és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételének ismerete és alkalmazása
- Kerületi és középponti szögek tételének, és a kerületi szögek tételének bizonyítása és alkalmazása
- Látókör fogalmának ismerete és alkalmazása

## **FOGALMAK**

középponti szög, kerületi szög, látókör

## **TEVÉKENYSÉGEK**

–

## **TÉMAKÖR: TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK**

**ÓRASZÁM:** 10 óra

## **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére**

- ismeri a vektor felbontását összetevőkre;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- pontosan meg tudja fogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, a sokszögek egybevágóságának feltételét;
- ismeri és alkalmazza feladatokban a térbeli egybevágósági transzformációkat

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Síkidomok egybevágósága
- Sokszögek egybevágósága
- Térbeli egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Magasság- és befogótétel ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Hasonlósági transzformáció definíciójának ismerete
- Háromszögek hasonlóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Hasonló alakzatok felismerése és a hasonlóság arányának felírása
- Hasonló síkidomok kerületének, illetve területének arányáról szóló tétel ismerete és alkalmazása
- Párhuzamos szelők tételének és megfordításának ismerete és alkalmazása
- Párhuzamos szelőszakaszok tételének ismerete és alkalmazása
- Szakasz adott arányban való felosztása
- Szögfelezőtétel bizonyítása és alkalmazása

### **FOGALMAK**

nincsenek új fogalmak

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

### **TÉMAKÖR: TRIGONOMETRIA**

**ÓRASZÁM:** 13 óra

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket
- alkalmazza függvénytáblázat segítségével egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;

- ismeri, bizonyítja és alkalmazza a szabályos sokszögek területképleteit

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényei
- Szögfüggvények általános definíciója
- A szinusz, koszinusz, tangens függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai (periodicitás)
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében, az összefüggés bizonyítása
- A szinusztétel és a koszinusztétel bizonyítása
- Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek megoldása
- Másodfokúra visszavezethető és az azonosságok alkalmazásával megoldható egyenletek megoldása
- Trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása

### **FOGALMAK**

periodicitás

### **TEVÉKENYSÉGEK**

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

### **TÉMAKÖR: KOORDINÁTAGEOMETRIA**

**ÓRASZÁM:** 13 óra

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- meghatározza koordinátákkal adott vektorok hajlásszögét;
- meghatározza kör és egyenes kölcsönös helyzetét és metszéspontjainak koordinátáit
- felírja a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét és külső pontból a körhöz húzott érintőegyenleteket
- meghatározza két kör kölcsönös helyzetét és metszéspontjainak koordinátáit
- levezeti a parabola  $x^2 = 2py$  alakú egyenletét
- megold koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal feladatokat
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor és vektor  $90^\circ$ -os elforgatottjának megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai, skaláris szorzat kiszámítása vektorok koordinátaiból, erre vonatkozó tétel bizonyítása
- Koordinátákkal adott vektorok hajlásszögének meghatározása
- Egyértelmű vektorfelbontás tétele
- Szakaszflezőpont és harmadolópont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Szakaszflezőpont és harmadolópont koordinátáinak meghatározására vonatkozó összefüggések bizonyítása
- Szakasz  $n : m$  arányú osztópontjának koordinátáira vonatkozó összefüggés alkalmazása
- Háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggés ismerete, bizonyítása, alkalmazása
- Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban, különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenlete
- Különböző kiindulási adatokból az egyenes egyenletének levezetése síkban
- Síkbeli egyenesek hajlásszögének meghatározása
- Kör egyenletének levezetése
- Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása
- Kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatának ismerete
- Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása
- A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása
- Két kör kölcsönös helyzetének és metszéspontjait
- Külső pontból húzott érintőegyenletének felírása
- Parabola  $x^2 = 2py$  alakú egyenletének levezetése
- Koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal feladatok megoldása

## FOGALMAK

két vektor skaláris szorzata, hajlásszöge, parabola egyenlete

## TEVÉKENYSÉGEK

- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatának bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben